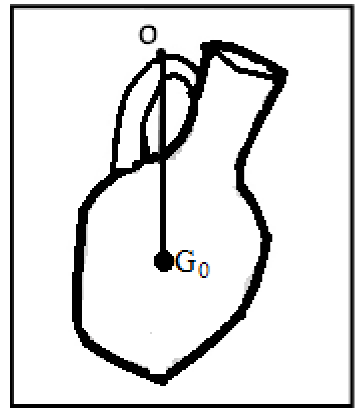
Cette épreuve est formée de quatre exercices répartis sur quatre pages.
L'usage d'une calculatrice non programmable est recommandé.

Exercice 1 (8 points) Détermination du moment d'inertie d'un vase de poterie

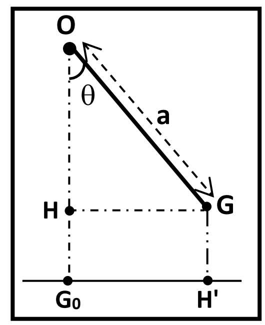
Le but de cet exercice est de déterminer le moment d'inertie d'un vase de poterie par rapport à deux axes de rotation distincts. Le vase a une masse m = 2 kg et un centre de masse G.



Doc. 1

1- Moment d'inertie du vase par rapport à un axe horizontal

On suspend le vase au point O. Le vase est assimilé à un pendule pesant qui peut osciller librement, sans frottement, autour d'un axe horizontal (Δ) passant par O (Doc. 1). Le moment d'inertie du vase par rapport à (Δ) est I.
À l'équilibre, le centre de masse du vase est à la position G_0 sur la verticale passant par le point de suspension O ($OG = OG_0 = a = 24$ cm).
Le vase est écarté de sa position d'équilibre stable d'un petit angle $\theta_m = 0{,}16$ rd, puis il est lâché sans vitesse initiale.
Le document 2 est un schéma simplifié du pendule pesant à un instant t quelconque.
À l'instant t, l'abscisse angulaire de G est $\theta = (\overrightarrow{OG_0}, \overrightarrow{OG})$ et la valeur algébrique de sa vitesse angulaire est $\theta' = \dfrac{d\theta}{dt}$.

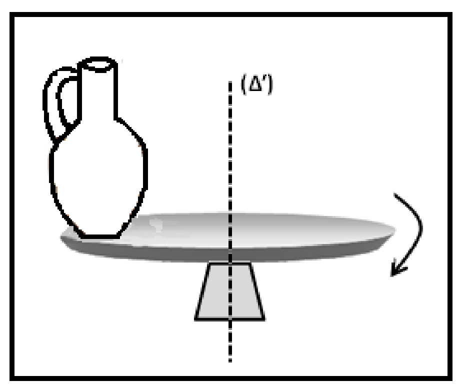


Doc. 2

Le plan horizontal passant par G_0 est pris comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur. Négliger la résistance de l'air.

Données : $g = 10$ m/s^2 ; Pour des angles faibles : $\cos\theta = 1 - \dfrac{\theta^2}{2}$ et $\sin\theta = \theta$ (θ en radian).

1-1) Déterminer, à un instant t, l'expression de l'énergie mécanique du système (pendule - Terre) en fonction de I, a, g, m, θ et θ′.
1-2) Établir l'équation différentielle en θ qui régit le mouvement du pendule.
1-3) La solution de l'équation différentielle obtenue est : $\theta = \theta_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ où ω_0, θ_m et φ sont des constantes.
  1-3-1) Déterminer l'expression de la pulsation propre ω_0.
  1-3-2) Déduire l'expression de la période propre T_o des oscillations en fonction de I, m, g et a.
1-4) Le pendule effectue 9 oscillations en 25,2 secondes.
  1-4-1) Calculer la période propre T_o des oscillations.
  1-4-2) Déduire la valeur de I.
1-5) Un dispositif approprié mesure la vitesse angulaire du pendule. Lorsque le pendule passe par sa position d'équilibre, sa vitesse angulaire est $\theta'_{éq} = 0{,}36$ rd/s. Appliquer le principe de conservation de l'énergie mécanique du système (pendule, Terre) pour déterminer de nouveau la valeur de I.



Doc. 3

2- Moment d'inertie du vase par rapport à un axe vertical

On considère un disque horizontal tournant dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre avec une vitesse angulaire $\theta'_d = 0{,}7$ rd/s autour d'un axe vertical (Δ') passant par son centre de masse. La masse du disque est M = 20 kg et son rayon est R = 50 cm.

On place lentement le vase sur le bord du disque tournant. Le système (disque - vase) tourne dans le sens de rotation des aiguilles d'une montre avec une vitesse angulaire $\theta'_{\text{système}} = 0{,}45$ rd/s.

Le moment d'inertie du disque par rapport à (Δ') est : $I_d = \frac{1}{2}MR^2$.

Le moment d'inertie du vase par rapport à (Δ') est I'.

2-1) Nommer les forces extérieures agissant sur le système (disque - vase).

2-2) Montrer que le moment cinétique σ, par rapport à (Δ'), du système (disque - vase) est conservé.

2-3) Déduire la valeur de I'.

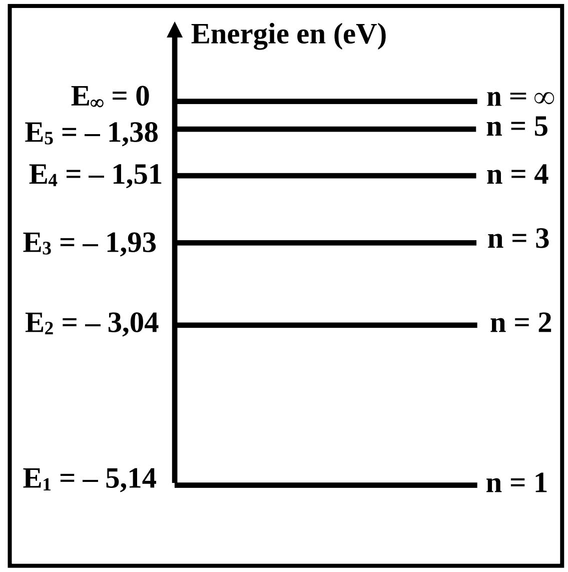
<u>Exercice 2</u> (7,5 points) Atome de Sodium

Le document 1 représente quelques niveaux d'énergie de l'atome de sodium.

Données : $h = 6{,}6 \times 10^{-34}$ J.s ; $c = 3 \times 10^{8}$ m/s ;

$1\text{eV} = 1{,}6 \times 10^{-19}$ J ; 1 u = 931,5 MeV/c².

Le but de cet exercice est d'étudier l'excitation et la désexcition de l'atome de sodium.



Doc. 1

1- Excitation de l'atome de sodium

On considère un échantillon d'atomes de sodium initialement à l'état fondamental.

Cet échantillon est éclairé par une lumière blanche qui contient toutes les radiations visibles : $0{,}4\ \mu\text{m} \leq \lambda_{\text{visible}} \leq 0{,}8\ \mu\text{m}$.

1-1) En utilisant le document 1, montrer que l'énergie de l'atome de sodium est quantifiée.

1-2) Déterminer, en eV, l'énergie maximale et l'énergie minimale des photons de la lumière blanche.

1-3) En utilisant le document 1, montrer que la lumière blanche n'est pas capable d'ioniser l'atome de sodium.

1-4) Déterminer, en nm, la longueur d'onde d'un photon absorbé par l'atome de sodium pour passer au premier niveau excité.

2- Désexcitation de l'atome de sodium

Le spectre d'émission, obtenu de la lampe à vapeur de sodium à faible pression, contient deux raies jaunes très rapprochées de longueurs d'onde $\lambda_1 = 589{,}0$ nm et $\lambda_2 = 589{,}6$ nm. Ces deux raies sont appelées le doublet D du sodium.

2-1) L'atome de sodium se désexcite du niveau d'énergie E_n à l'état fondamental en émettant un photon de longueur d'onde $\lambda_1 = 589{,}0$ nm. Préciser, en eV, la valeur de E_n.

2-2) L'atome de sodium subit une transition du niveau d'énergie E_3 au niveau d'énergie E_1. Durant cette transition il perd de l'énergie $E_{3\to1}$ et sa masse diminue de Δm.

2-2-1) Calculer, en MeV, la valeur de $E_{3\to1}$.

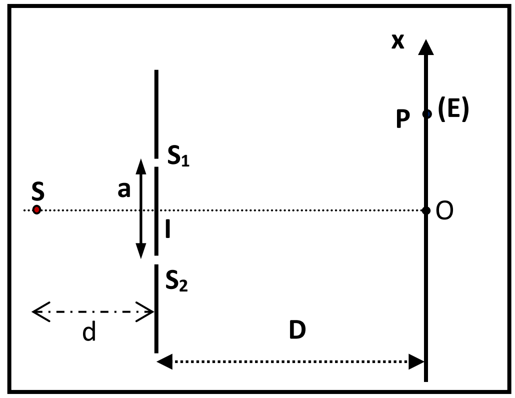
2-2-2) Déduire, en u, la valeur de Δm.

2-3) La puissance des radiations de longueur d'onde λ_1 et λ_2 émises par la lampe à vapeur de sodium est P = 6 W. La puissance P_1 de la radiation de longueur d'onde λ_1 est deux fois plus grande que la puissance P_2 de la radiation de longueur d'onde λ_2.

2-3-1) Montrer que $P_1 = 4$ W.

2-3-2) Déterminer le nombre de photons, de la radiation de longueur d'onde λ_1, émis par la lampe à vapeur de sodium en une seconde.

Exercice 3 (7 points) Interférences lumineuses



Doc. 1

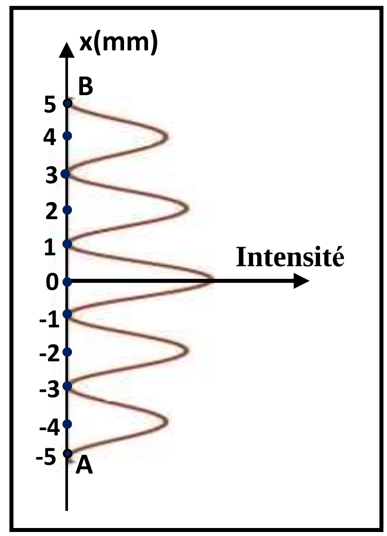
Le document 1 montre le dispositif des fentes d'Young. (OI) est la médiatrice à $[S_1S_2]$. Une source ponctuelle S, émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 500$ nm dans l'air, est placée devant S_1 et S_2.
P est un point sur la figure d'interférence obtenue sur un écran (E) et a pour abscisse $x = \overline{OP}$ relativement à l'origine O de l'axe (Ox). La distance entre S_1 et S_2 est « a », et la distance entre le plan des deux fentes et l'écran (E) est D.

On donne : $S_2P - S_1P = \dfrac{ax}{D}$.

La différence de marche optique au point P est $\delta = SS_2P - SS_1P$.
Le but de cet exercice est de déterminer les valeurs de « a » et D.

1) S est placé sur (OI) comme le montre le document 1. Dans ce cas la différence de marche optique au point P est $\delta = \dfrac{ax}{D}$.

1-1) Montrer que le point O est le centre de la frange brillante centrale.
1-2) Déterminer l'expression de l'abscisse du centre de la $k^{\text{ième}}$ frange sombre.
1-3) Déduire l'expression de l'interfrange i en fonction de a, λ et D.
1-4) Un dispositif approprié enregistre, en fonction de x, l'intensité de la lumière reçue de S sur l'écran (E). Le graphe du document 2 montre l'intensité en fonction de x entre deux points A et B.
En se référant au document 2 :
1-4-1) indiquer le nombre des franges brillantes entre A et B ;
1-4-2) donner l'expression de la distance AB en fonction de l'interfrange i ;
1-4-3) indiquer l'ordre et la nature de la frange dont le centre est B ;
1-4-4) donner l'abscisse du centre de la première frange sombre du côté positif de O.
1-5) Déduire que D = 4000 a (SI).

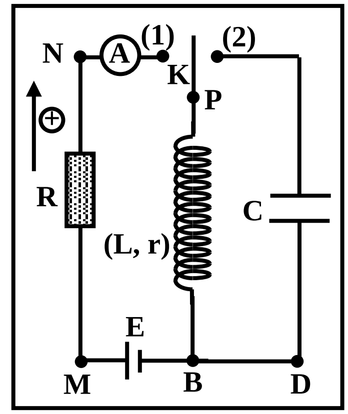


Doc. 2

2) La source ponctuelle S se trouve à une distance « d » du plan des deux fentes ;
S est déplacée d'une distance z du côté de S_1, perpendiculairement à (IO) et normalement aux deux fentes.

On donne : $SS_2 - SS_1 = \dfrac{az}{d}$.

2-1) Montrer que la différence de marche optique au point P est : $\delta = \dfrac{az}{d} + \dfrac{ax}{D}$.
2-2) Déduire l'expression de l'abscisse du centre de la frange brillante centrale.
2-3) On remarque que le centre de la frange brillante centrale coïncide avec la position qu'occupait le centre de la $10^{\text{ème}}$ frange brillante, du côté négatif de O, avant le déplacement de (S).
On donne : d = 40 cm et z = 0,4 cm.
Déterminer les valeurs de « a » et D.



Doc. 1

<u>Exercice 4</u> (7,5 points) Caractéristiques d'une bobine

Le but de cet exercice est de déterminer les caractéristiques d'une bobine. Pour cela on considère le circuit du document 1 qui comprend : une bobine d'inductance L et de résistance r, un condensateur initialement neutre de capacité C, un générateur de tension idéal de f.é.m. E, un conducteur ohmique de résistance R, un commutateur K et un ampèremètre (A) de résistance négligeable.

1- Première expérience

On place K à la position 1 à la date $t_0 = 0$. L'ampèremètre (A) indique un courant i qui augmente de zéro à sa valeur maximale $I_0 = 0,1$ A et le régime permanent est atteint.

1-1) Nommer le phénomène qui a lieu dans la bobine durant l'établissement du courant.

1-2) Déterminer, en appliquant la loi d'additivité des tensions, l'expression de I_0 en fonction de E, R et r.

1-3) Un dispositif approprié nous permet d'enregistrer la tension u_{PB} aux bornes de la bobine en fonction du temps comme l'indique la courbe du document 2.

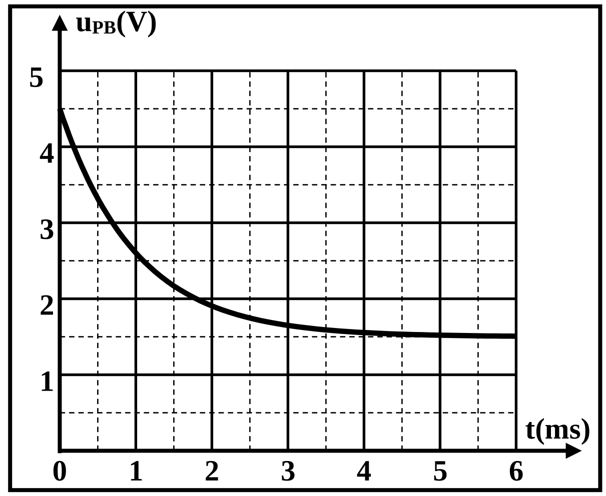
1-3-1) En appliquant la loi d'additivité des tensions et en utilisant la courbe du document 2, montrer que E = 4,5 V.

1-3-2) En utilisant la courbe du document 2, vérifier, sans calcul, que la valeur de la résistance r n'est pas nulle.

1-3-3) Déduire que r = 15 Ω.

1-4) Montrer que R = 30 Ω.

1-5) Établir, en appliquant la loi d'additivité des tensions, l'équation différentielle qui décrit l'évolution de l'intensité i du courant en fonction du temps.



Doc.2

1-6) La solution de l'équation différentielle est $i = I_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, où τ est une constante.

1-6-1) Déterminer l'expression de τ en fonction de L, r et R.

1-6-2) Déterminer, à t = τ, la valeur de la tension $u_R = u_{MN}$ aux bornes du conducteur ohmique.

1-6-3) Montrer qu' à t = τ, la tension aux bornes de la bobine est $u_{PB} = u_{bobine} = 2,61$ V.

1-6-4) Déduire, en utilisant le document 2, la valeur de τ.

1-7) Calculer la valeur de L.

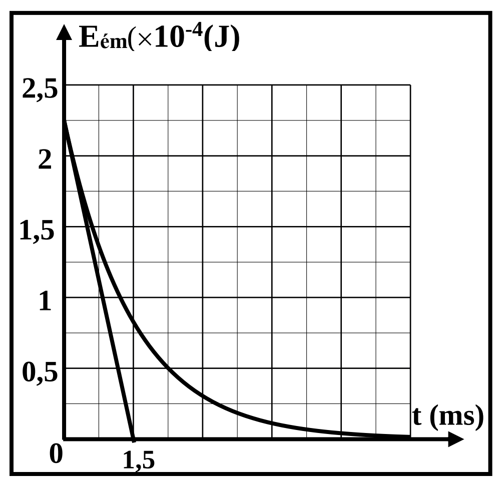
2- Deuxième expérience

Lorsque le régime permanent du courant dans la bobine est atteint ($i = I_0$), on bascule K rapidement de la position (1) à la position (2) à un instant $t_0 = 0$, pris comme nouvelle origine de temps.

L'énergie électromagnétique dans le circuit est :

$E_{ém} = E_{électrique} + E_{magnétique}$.

Un dispositif approprié permet de tracer la courbe de l'énergie électromagnétique $E_{ém}$ en fonction de t, et la tangente à la courbe à $t_0 = 0$ (Doc. 3).



Doc. 3

2-1) En utilisant la courbe du document 3, indiquer la valeur de $E_{ém}$ à $t_0 = 0$.

2-2) Déduire la valeur de L.

2-3) Calculer la pente de la tangente .

2-4) Déduire la valeur de r, sachant que $\frac{dE_{ém}}{dt} = -ri^2$.

<u>Exercice 1</u> (8 points) Détermination du moment d'inertie d'un vase de poterie

Partie			Réponses	notes
1	1-1		$Epp = m\,g\,h_G$ .mais $h_G = GH = a - a\cos\theta$, où $a = OG = OG_o$ Donc $\mathbf{Epp = m\,g\,a\,(1 - \cos\theta)}$. θ_m est petit , donc $\cos\theta = 1 - \frac{\theta^2}{2}$, alors $Epp = \frac{1}{2}\,m\,g\,a\theta^2$; $Em = Ec + Epp = \frac{1}{2}\,I\,\theta'^2 + \frac{1}{2}\,m\,g\,a\theta^2$	1
	1-2		le pendule oscille sans frottement et résistance de l'air donc Em du système est conservée. $Em = \frac{1}{2}\,I\,\theta'^2 + \frac{1}{2}\,m\,g\,a\theta^2$ = constante, donc $\frac{d\,ME}{dt} = 0$, alors $2\,(\frac{1}{2}\,I'\,\theta'') + 2\,(\frac{1}{2}\,mg\,a\,\theta') = 0$ $\theta'\,(I\theta'' + mga\theta) = 0$. $\theta' \neq 0 \Rightarrow \theta'' + \frac{m\,g\,a}{I}\theta = 0$ équation différentielle de second ordre en θ.	1
	1-3	1-3-1	$\theta = \theta_m \sin(\omega_o t + \varphi)$, donc $\theta' = \omega_o\theta_m\cos(\omega_o t + \varphi)$ et $\theta'' = -\,\omega_o{}^2\theta_m \sin(\omega_o t + \varphi) = -\,\omega_o{}^2\,\theta$ remplaçons θ'' dans l'équation différentielle: $-\,\omega_o{}^2\theta + \frac{m\,g\,a}{I}\theta = \theta\,(-\,\omega_o{}^2 + \frac{m\,g\,a}{I}) = 0$ $\theta = 0$ à rejeter , donc $\omega_o{}^2 = \frac{m\,g\,a}{I}$,par conséquent $\omega o = \sqrt{\frac{\mathbf{mga}}{\mathbf{I}}}$	0,75
		1-3-2	$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o}$, $\Rightarrow T_o = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}$	0,5
	1-4	1-4-1	$T_o = \frac{25.2}{9}$, $\Rightarrow T_o = 2{,}8$ s	0,5
		1-4-2	$T_o = \frac{2\pi}{\omega_o} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}}$, donc $T_o^2 = \frac{4\,\pi^2\,I}{m\,g\,a}$; $2.8^2 = \frac{4\,\times\,3.14^2\,\times\,I}{2\,\times\,10\,\times\,0.24}$ alors I = 0.95 kg.m^2	0,75
	1-5		$Em = \frac{1}{2}\,I\,\theta_m'^2 = \frac{1}{2}\,m\,g\,a\,\theta_m^2$; $I \times 0.36^2 = 2 \times 10 \times 0.24 \times 0.16^2$; I = 0.95 kg.m^2.	1
2	2-1		Système: (disque - vase). Forces extérieures: poids $M\vec{g}$ du disque ; poids $m\vec{g}$ du vase ; reaction $\vec{R}$ de l'axe de rotation	0,5
	2-2		Moments par rapport à (Δ): $M_{\vec{R}} = M_{M\vec{g}} = 0$; $M_{\vec{R}} = 0$ car $\vec{R}$ rencontre (Δ) et $M_{m\vec{g}/\Delta} = 0$ car $m\vec{g}$ // à (Δ) . $\sum M = M_{m\vec{g}} + M_{\vec{R}} + M_{M\vec{g}} = 0$. mais $\sum M = \frac{d\,\sigma}{dt}$, $\Rightarrow \frac{d\,\sigma}{dt} = 0$ .donc σ = constant.	1
	2-3		$I_d = \frac{1}{2}\,M\,R^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times 0{,}5^2 = 2{,}5$ kg.m^2 Le moment cinétique du système est conserve $\Rightarrow \sigma_{initiale} = \sigma_{finale}$ $I_d\theta'_d + 0 = (I' + I_d)\theta'_{systeme}$, so $2.5 \times 0.7 = (I' + 2.5)\,(0.45)$, donc I' = 1.39 kg.m^2	1

<u>Exercice 2</u> (7,5 points) Atome de Sodium

Partie			Réponses	Note
1	1-1		les niveaux d'énergie possèdent des valeurs bien précis donc l'énergie de l'atome est alors quantifiée	0,5
	1-2		$E_{ph} = \frac{hC}{\lambda}$ donc ; E_{ph} max si λ est minimum ; $E_{ph(max)} = \frac{6{,}6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{0{,}4 \times 10^{-6}} = 4{,}95 \times 10^{-19}$ J = 3.093 eV $E_{ph(min)} = \frac{6{,}6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{0{,}8 \times 10^{-6}} = 2{,}475 \times 10^{-19}$J = 1,546 eV	0,5 0,5
	1-3		$W_{ion} = E_{\infty} - E_1 = 0 - (-5{,}14) = 5{,}14$ eV, $E_{ph(max)} = 3{,}093\text{eV} < W_{ion} = 5{,}14$ eV Donc il ne peut pas inoniser l'atome de sodium	1
	1-4		$E_{ph} = E_2 - E_1$ donc $\frac{hC}{\lambda} = -3{,}04 + 5{,}14 = 2{,}1\text{eV} = 3{,}36 \times 10^{-19}$J $\lambda = \frac{6{,}6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{3{,}36 \times 10^{-19}} = 0{,}589 \times 10^{-6}$m = 589 nm.	1
2	2-1		Puisque λ_1 = 589 nm donc elle correspond à l'excitation de l'atome du niveau d'énergie E_1 vers E_2. Donc cette longueur donc est émise lorsque l'atome se désexcite de E_2 vers E_1. Par suite $E_n = E_2 = -3.04$ eV **<u>Ou bien</u>** : $E_n - E_1 = E_{photon}$; $E_{photon} = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6{,}6 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^{8}}{589 \times 10^{-9} \times 1{,}6 \times 10^{-19}} = 2{,}1\text{eV}$ $E_n - = E_{photon} + E_1 = 2{,}1 - 5{,}14 = -3{,}04$ eV	1
	2-2	2-2-1	$E_{3/1} = E_3 - E_1 = 3{,}21$ eV = $3{,}21 \times 10^{-6}$ MeV.	0,75
		2-2-2	$E_{3/1} = \Delta mc^2$ donc $\Delta m = \frac{3{,}21 \times 10^{-6}}{931{,}5} = 3{,}446 \times 10^{-9}$u.	0,75
	2-3	2-3-1	$P = P_1 + P_2$ mais $P_1 = 2P_2$ donc $P = 3P_2$ alors $P_2 = 2$W et $P_1 = 4$ W.	0,5
		2-3-2	$P_1 = \frac{nE_{2/1}}{t}$ alors $n = \frac{t \times P_1}{E_{2/1}} = \frac{1 \times 4}{3{,}36 \times 10^{-19}} = 1{,}19 \times 10^{19}$ photons/s	1

<u>Exercice 3</u> (7 points) Interférences lumineuses

Partie			Réponses	note
1	1-1		En O, x = 0 , donc $\delta_O = 0$, alors O est le centre de la frange brillante centrale	0,5
	1-2		Frange sombre : $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, $k \in Z$, donc $(2k+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{a\,x}{D}$ alors $x = \frac{(2k+1)\,\lambda\,D}{2\,a}$	0,75
	1-3		$i = x_{K+1} - x_K = (2(k+1)+1)\frac{\lambda D}{2a} - (2k+1)\frac{\lambda D}{2a} = \frac{\lambda D}{a}$ $\quad i = \frac{\lambda\,D}{a}$	0,5
	1-4	1-4-1	5 franges brillantes	0,5
		1-4-2	AB = 5 i	0,5
		1-4-3	B est le centre de la troisième frange sombre (d'ordre 2) du côté positif de O.	0,5
		1-4-4	Première frange brillante $x_1 = 1$ mm	0,5
	1-5		$x_1 = \frac{(2k+1)\,\lambda\,D}{2\,a}$, k = 0, donc $D = \frac{2\,x_1}{\lambda}\,a = \frac{2 \times 1 \times 10^{-3}}{500 \times 10^{-9}}\,a$, alors D = 4000 a. **<u>Ou bien :</u>** $x_B = \frac{(2k+1)\,\lambda\,D}{2\,a}$, k = 2 , donc $D = \frac{2\,x_B}{5\,\lambda}\,a = \frac{2 \times 5 \times 10^{-3}}{5 \times 500 \times 10^{-9}}\,a$, alors D = 4000 a.	0,75
2	2-1		$\delta = SS_2P - SS_1P = (SS_2 - SS_1) + (S_2P - S_1P) = \frac{aZ}{d} + \frac{ax}{D}$.	0,5
	2-2		Frange brillante centrale : $\delta = 0$, donc $0 = \frac{aZ}{d} + \frac{ax}{D}$. Alors $x = -\frac{Z\,D}{d}$	0,5
	2-3		$10^{ème}$ frange brillante, donc : $x = -10i = -10\,\frac{\lambda D}{a} = -\frac{Z\,D}{d}$ Alors : $a = \frac{10\lambda d}{Z} = 5 \times 10^{-4}$ m Or D = 4000a = 2m	1,5

Exercice 4 **(7,5 points) Caractéristiques d'une bobine**

Partie			Réponses	notes
1	1-1		Phénomène d'auto-induction électromagnétique	0,25
	1-2		La loi d'addition des tensions : $u_{MB}=u_{MN}+u_{N}$ donc $ri + L\frac{di}{dt} + Ri = E$ En régime permanent : $i=I_0=$ cte donc $\frac{di}{dt}=0$ par suite $I_0 = \frac{E}{r+R_0}$	0,75
	1-3	1-3-1	A t = 0 : i= 0 donc $u_R = 0$ donc $E= u_{R}+ u_{bobine}$ par suite E= 4,5V (graphe)	0,5
		1-3-2	En régime permanent : $\frac{di}{dt} = 0$ donc $u_{bobine} = 0 + rI_0$; graphiquement : $u_{bobine} \neq 0$ donc ; $r \neq 0$	0,5
		1-3-3	rI_0= 1,5 V donc r = 15 Ω.	0,5
	1-4		$I_0 = \frac{E}{r+R_0}$ donc $R_0= -r + E/I_0$ = 30 Ω.	0,5
	1-5		$u_{MB}=u_{MN}+u_{N}$ donc $ri + L\frac{di}{dt} + Ri = E$; $(r+R)\, i + L\frac{di}{dt} = E$	0,5
	1-6	1-6-1	$\frac{di}{dt} = \frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow E = (r+R_0)\left(I_0 - I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + L\frac{I_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ Par suite : $\tau = \frac{L}{r+R_0}$	0,75
		1-6-2	À t = τ : i = 0,63 I_0 = 0,063 A donc $u_R = R.i$ = 1,89 V	0,75
		1-6-3	$u_{bobine} = E - u_R$ = 2,61 V	0,25
		1-6-4	Graphiquement τ = 1 ms	0,25
	1-7		$L= \tau(r+R_0)$=0,045H.	0,5
2	2-1		$E_{ém} = 2{,}25.10^{-6}$ J	0,25
	2-2		$\frac{1}{2}LI_0^2 = 2{,}25.10^{-4}$ donc L= 0,045H	0,5
	2-3		Pente = $-2{,}25.10^{-4}/1{,}5.10^{-3}$ = -0,15 J/s	0,5
	2-4		Pente = $-rI_0^2$ donc r = 15 Ω.	0,25