

الاسم:
الرقم:

مسابقة في مادة الفيزياء
المدة: ساعتان ونصف

Cette épreuve est formée de quatre exercices obligatoires répartis sur quatre pages.
L'usage d'une calculatrice non programmable est autorisé.

Exercice 1 (5,5 pts)

Collision

On dispose de deux pendules simples (S_1) et (S_2) :

- Le pendule (S_1) est constitué d'une sphère (A), assimilée à une particule, de masse m_1 et fixée à l'extrémité inférieure d'un fil inextensible, de longueur ℓ et de masse négligeable. L'extrémité supérieure du fil est fixée, en O, à un support ;
- Le pendule (S_2) est constitué d'une sphère (B), assimilée à une particule, de masse $m_2 > m_1$ et fixée à l'extrémité inférieure d'un fil inextensible, de même longueur ℓ et de masse négligeable. L'extrémité supérieure du fil est fixée, en O', au même support de (S_1).

Les deux fils sont verticaux et les deux particules se touchent (Doc. 1). Négliger la résistance de l'air et les frottements autour de O et O'.

Prendre :

- le niveau horizontal passant par les positions les plus basses de (A) et (B) comme niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur ;
- $g = 10 \text{ m/s}^2$.

1) On écarte le système (S_1) de sa position d'équilibre d'un angle θ_m ; le fil restant tendu, on abandonne (A) sans vitesse initiale. Déterminer, en fonction de g , ℓ et θ_m , l'expression de la vitesse v_1 de (A) lorsque le pendule (S_1) passe par sa position d'équilibre.

2) Lorsque (S_1) passe par sa position d'équilibre, (A) entre en collision frontale et élastique avec (B). Déterminer, en fonction de m_1 , m_2 et v_1 , les expressions v'_1 et v'_2 des valeurs algébriques des vitesses \vec{v}'_1 et \vec{v}'_2 respectivement pour (A) et (B) juste après cette collision.

3) Préciser les signes des v'_1 et v'_2 .

4) Les valeurs algébriques des quantités de mouvement de (A) et (B) juste après cette collision sont P'_1 et P'_2 respectivement : $P'_1 = \frac{-2}{75} \text{ kg.m/s}$ et $P'_2 = \frac{1}{15} \text{ kg.m/s}$.

4.1) Déterminer la valeur algébrique de la quantité de mouvement P_1 de (A) juste avant cette collision.

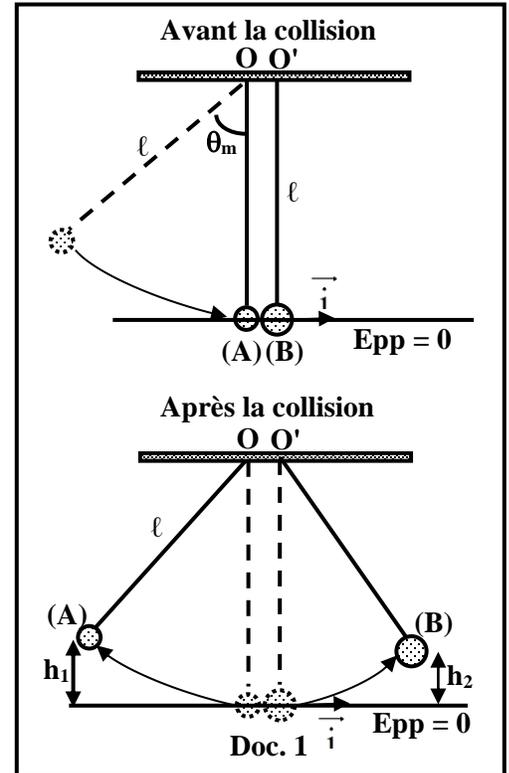
4.2) Déduire la valeur de l'angle θ_m si $\ell = 40 \text{ cm}$ et $m_1 = 20 \text{ g}$.

5) Les hauteurs maximales atteintes par (A) et (B) après cette collision sont respectivement h_1 et h_2 (Doc. 1).

5.1) Déterminer l'expression de h_1 en fonction de v'_1 et g .

5.2) Ecrire l'expression de h_2 en fonction de v'_2 et g .

5.3) Déterminer le rapport $\frac{m_1}{m_2}$ pour que $h_1 = h_2$.



Exercice 2 (5 pts)

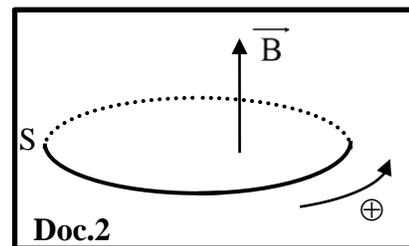
Plaque à induction

On dispose d'une spire circulaire (S) fermée, de diamètre $d = 4 \text{ cm}$ et de résistance $R = 1 \text{ m}\Omega$. Le plan de la spire, placée horizontalement, est perpendiculaire à un champ magnétique uniforme \vec{B} (Doc.2).

Le champ magnétique \vec{B} est créé par un courant électrique « i ».

Le document 3 montre l'évolution de « i » dans le temps.

La valeur du champ magnétique est donnée par : $B = 0,01 i$ (B en T et i en A).



1) En respectant le sens positif indiqué sur le document 2, montrer que l'expression du flux magnétique à travers (S) est :

1.1) $\Phi = 2 \pi \times 10^{-6} t$ (Φ en Wb et t en s) pour $t \in [0 ; 2s]$;

1.2) $\Phi = 4 \pi \times 10^{-6} \text{ Wb}$ pour $t \in]2s ; 4 s]$.

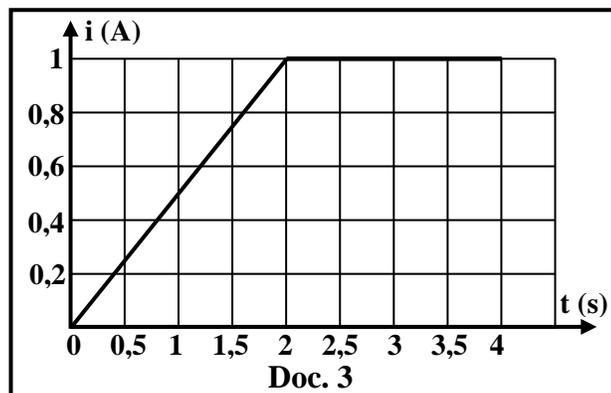
2) Déduire la valeur de la force électromotrice induite « e » dans (S) durant chacun des deux intervalles : $[0 ; 2s[$ et $]2 s ; 4 s]$.

3) L'énergie électrique produite dans (S) est totalement convertie en énergie thermique « E ».

3.1) Préciser l'intervalle de temps durant lequel il y a dégagement de l'énergie thermique dans (S).

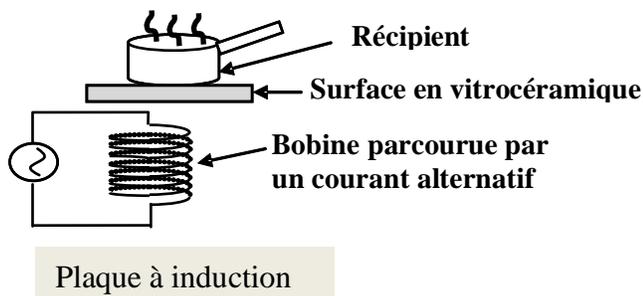
3.2) Déterminer, durant cet intervalle, la valeur de l'énergie thermique « E » dégagée, sachant que l'intensité du

courant électrique induit dans (S) est donné par $i_1 = \frac{e}{R}$.



4) Les plaques à induction sont une des applications de production de l'énergie thermique en se basant sur le principe d'induction électromagnétique (Doc. 4).

Dans ce type de plaque, une bobine est placée sous une surface en vitrocéramique. Lorsque la bobine est parcourue par un courant électrique variable alternatif de fréquence « f » réglable entre 50 Hz et 50 kHz, elle génère un champ magnétique variable qui, à son tour, induit des courants électriques dans le fond métallique du récipient, ce qui produit de l'énergie thermique (chaleur) par effet Joule.



Doc. 4

4.1) En se référant au document 4, indiquer la partie qui joue le rôle de l'inducteur et celle qui joue le rôle de l'induit.

4.2) Le fond du récipient est modélisé par une spire circulaire similaire à (S). Expliquer l'apparition du courant induit dans le fond du récipient.

4.3) la puissance moyenne totale produite dans le fond du récipient par effet Joule est donnée par :

$$P = k (2\pi f)^2 \text{ (k est une constante positive).}$$

Déterminer le facteur par lequel la puissance P sera multipliée si la fréquence devient 100 fois plus grande.

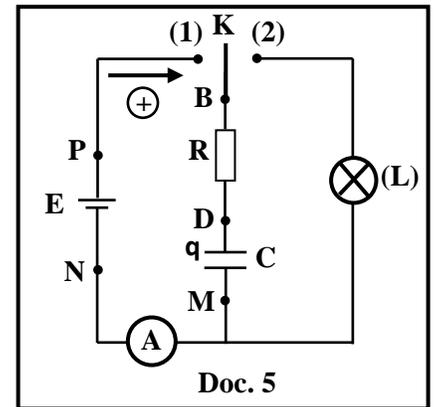
Exercice 3 (5 pts)

Durée de luminosité d'une lampe

Le but de cet exercice est d'étudier la durée de luminosité d'une lampe au plafond d'une voiture.

Dans ce but, on réalise le circuit du document 5 contenant :

- un générateur idéal de force électromotrice $E = 12 \text{ V}$;
- un conducteur ohmique, de résistance R ;
- un condensateur, initialement non chargé, de capacité C ;
- un ampèremètre (A) de résistance négligeable ;
- une lampe (L) de résistance négligeable ;
- un commutateur K.



1) Charge du condensateur

À l'instant $t_0 = 0$, Le commutateur K est en position (1) et la phase de charge du condensateur commence.

À un instant t , l'armature D du condensateur porte une charge q et un courant électrique d'intensité i traverse le circuit. L'équation différentielle qui décrit la variation de i est : $R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0$.

1.1) Vérifier que $i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$ est une solution de l'équation différentielle.

1.2) Déduire l'expression de i à $t_0 = 0$.

1.3) Calculer la valeur de R , sachant qu'à $t_0 = 0$, l'ampèremètre affiche 1,2 mA.

1.4) Appliquer la loi d'additivité des tensions pour montrer que : $q = EC - EC e^{-\frac{t}{RC}}$.

1.5) Lorsque le condensateur est complètement chargé, la charge de l'armature D vaut $Q = 12 \times 10^{-4}$ coulomb. Montrer que $C = 100 \mu\text{F}$.

1.6) Calculer la valeur de la constante de temps τ du circuit durant la charge du condensateur, sachant que $\tau = RC$.

2) Décharge du condensateur

Le circuit du document 5 représente un circuit modèle, utilisé pour allumer une lampe au plafond d'une voiture. Initialement le commutateur est en (1) et le condensateur est complètement chargé, lorsqu'on ouvre la porte de la voiture puis on la ferme, le commutateur est basculé en (2). Le condensateur se décharge alors à travers le conducteur ohmique et la lampe. Durant la décharge la luminosité de la lampe diminue progressivement.

Le document 6, montre l'évolution de la tension $u_{DM} = u_C = E e^{-\frac{t}{\tau}}$ dans le temps.

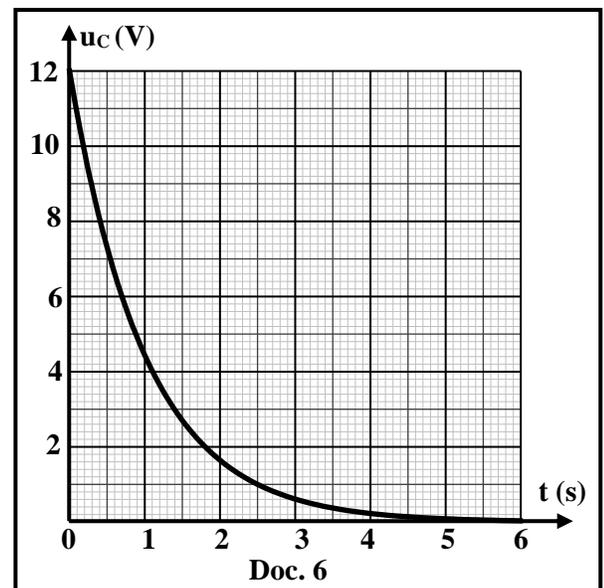
2.1) En utilisant le document 6, déterminer la valeur de la constante de temps τ' du circuit durant la décharge du condensateur.

2.2) $\tau = \tau'$. Pourquoi ?

2.3) La lampe utilisée s'allume tant que $u_C \geq 1 \text{ V}$.

En se référant au document 6, indiquer la durée pendant laquelle la lampe s'allume durant la phase de décharge du condensateur.

2.4) Préciser comment doit-on varier la valeur de la capacité C pour augmenter cette durée.

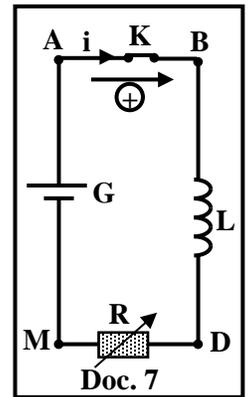


Exercice 4 (4,5 pts)

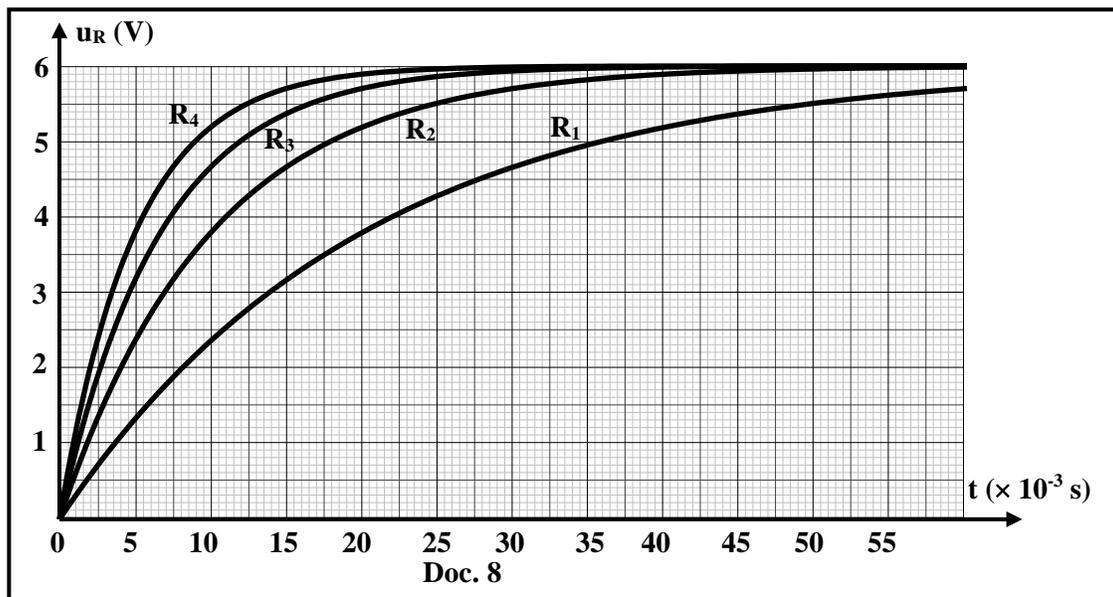
Inductance d'une bobine

Le but de cet exercice est de déterminer l'inductance L d'une bobine. Dans ce but, on réalise le montage du document 7, comprenant en série : un générateur idéal (G) de force électromotrice $E = 6 \text{ V}$, un interrupteur K , un conducteur ohmique de résistance R réglable et une bobine d'inductance L et de résistance négligeable.

À la date $t_0 = 0$, on ferme l'interrupteur K . À une date t , le circuit est parcouru par un courant électrique d'intensité i .



- 1) Montrer que l'équation différentielle du premier ordre qui décrit la variation de $u_R = u_{DM}$ aux bornes du conducteur ohmique est donnée par : $E = \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + u_R$.
- 2) La solution de cette équation différentielle est de la forme : $u_R = a + b e^{-t/\tau}$ où a , b et τ sont des constantes. Déterminer les expressions de a , b et τ en fonction de R , E et L .
- 3) Les courbes du document 8, représentent l'évolution de u_R dans le temps pour quatre différentes valeurs de R : $R_1 = 50 \Omega$; $R_2 = 100 \Omega$; $R_3 = 150 \Omega$ et $R_4 = 200 \Omega$.



- 3.1) En utilisant le document 8, déterminer, pour chaque valeur de R , la valeur de la constante de temps τ du circuit RL .

Valeur de R	$R_1 = 50 \Omega$	$R_2 = 100 \Omega$	$R_3 = 150 \Omega$	$R_4 = 200 \Omega$
Constante de temps τ (s)	$\tau_1 =$	$\tau_2 =$	$\tau_3 =$	$\tau_4 =$

- 3.2) Vérifier que $R_1\tau_1 = R_2\tau_2 = R_3\tau_3 = R_4\tau_4$.
- 3.3) Dédire la valeur de L .

Exercice 1 (5,5 pts)		Collision	Note
Partie	Réponses		Note
1	Pas de frottement (le travail effectué par les forces non conservatives est nul), l'énergie mécanique du système [S ₁ , Terre] est conservée $(Em)_{\theta=0} = (Em)_{\theta=0} ; (Ec + Epp)_{\theta=0} = (Ec + Epp)_{\theta=0} ; (Epp)_{\theta=0} = (Ec)_{\theta=0}$ $m_1 g \ell (1 - \cos \theta) = \frac{1}{2} m_1 v_1^2$ Alors $v_1 = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \theta)}$		0,75
2	Durant le choc il y a conservation de la quantité de mouvement $\vec{P}_{\text{juste avant le choc}} = \vec{P}_{\text{juste après le choc}}$ $m_1 \vec{v}_1 = m_1 \vec{v}'_1 + m_2 \vec{v}'_2$; Projétons sur \vec{i} , les vitesses sont colinéaires (mesure algébriques) $m_1 v_1 = m_1 v'_1 + m_2 v'_2$; $m_1 (v_1 - v'_1) = m_2 v'_2$ Choc élastique, donc E _c est constante : E _c avant le choc = E _c après le choc $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 = \frac{1}{2} m_1 v'^2_1 + \frac{1}{2} m_2 v'^2_2$; $m_1 (v_1^2 - v'^2_1) = m_2 v'^2_2$ $m_1 = (v_1 - v'_1)(v_1 + v'_1) = m_2 v'^2_2$ Diviser eq. (2) par eq. (1) : $\frac{m_1 (v_1^2 - v'^2_1)}{m_1 (v_1 - v'_1)} = \frac{m_2 v'^2_2}{m_2 v'_2}$; donc, $v'_2 = v_1 + v'_1$ Résoudre les eqs. (1) et (3), on aura : $v'_1 = \frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$; et $v'_2 = \frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2}$		1,25
3	$v'_1 < 0$ car $m_1 < m_2$ et $v_1 > 0$; donc, (A) rebondit (se déplace dans le sens négatif). $v'_2 > 0$ car m_1 et v_1 sont positives ; donc, (B) se déplace dans le sens positif.		0,25 0,25
4.1	Durant le choc il y a conservation de la quantité de mouvement $\vec{P}_{\text{juste avant le choc}} = \vec{P}_{\text{juste après le choc}}$; Valeurs algébriques, $P_{\text{juste avant le choc}} = P'_1 + P'_2 = 0,04 \text{ kg.m/s} = \frac{1}{25} \text{ kg.m/s}$		0,5
4.2	$P_{\text{juste avant le choc}} = m_1 v_1$; donc, $0,04 = 0,02 \times v_1$; alors, $v_1 = 2 \text{ m/s}$ Mais $v_1 = \sqrt{2g\ell(1 - \cos \theta)}$ on aura $\theta = 60^\circ = \pi/3 = 1,04 \text{ rad}$		0,25 0,5
5.1	Système [S ₁ , Terre] ; $Em_{h=0} = Em_{h=h_1}$ $(Ec)_{h=0} = (Epp)_{h=h_1}$; $\frac{1}{2} m_1 v'^2_1 = m_1 g h_1$; donc, $h_1 = \frac{v'^2_1}{2g}$		0,5
5.2	$h_2 = \frac{v'^2_2}{2g}$		0,25
5.3	$h_1 = h_2$; $v'^2_1 = v'^2_2$; Mais après la collision (A) et (B) se déplacent dans deux sens opposés ; Par suite $\frac{2m_1 v_1}{m_1 + m_2} = -\frac{(m_1 - m_2)v_1}{m_1 + m_2}$ Donc, $2m_1 v_1 = -m_1 v_1 + m_2 v_1$, alors $3m_1 v_1 = m_2 v_1$ Par suite : $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1}{3}$		1

Exercice 2 (5 pts)		La plaque inductrice
Partie	Réponse	Note
1.1	pour $t \in [0 ; 2s]$: $i = 0,5 \text{ t}$ $\phi = B \times S \times \cos(\vec{B}, \vec{n}) = 0,01 \text{ i} \times \pi \times r^2 \times \cos(0^\circ) = 0,01 \times 0,5 \text{ t} \times \pi \times 0,02^2 = 2\pi \times 10^{-6} \text{ t Wb}$	0,25 0,75
1.2	pour $t \in]2s ; 4s]$: $i = 1 \text{ A}$ $\phi = B \times S \times \cos(\vec{B}, \vec{n}) = 0,01 \text{ i} \times \pi \times r^2 \times \cos(0^\circ) = 0,01 \times 1 \times \pi \times 0,02^2 = 4\pi \times 10^{-6} \text{ Wb}$	0,25 0,5
2	$e = - \frac{d\phi}{dt}$ pour $t \in [0 ; 2s[$: $e = -6,3 \times 10^{-6} \text{ V} = -2\pi \times 10^{-6} \text{ V}$ pour $t \in]2s ; 4s]$: $e = 0 \text{ V}$	0,25 0,25 0,25
3.1	Il y a dégagement de l'énergie thermique lorsque (S) est parcourue par un courant induit donc lorsqu'il y a une f.é.m. induite par suite c'est durant l'intervalle $[0 ; 2s]$	0,25
3.2	$i_1 = \frac{e}{R} = \frac{-6,3 \times 10^{-6}}{0,001} = -6,3 \times 10^{-3} \text{ A} = -2\pi \times 10^{-3} \text{ A}$ $E = R i_1^2 \times t = 0,001 \times (6,3 \times 10^{-3})^2 \times 2 = 7,9 \times 10^{-8} \text{ J}$	0,25 0,5
4.1	Inducteur : bobine Induit : le fond du récipient	0,25 0,25
4.2	Lorsque la bobine est parcourue par un courant électrique alternatif variable, elle génère un champ magnétique variable, il y aura à travers le fond du récipient un flux variable, ce qui induit des courants électriques dans le fond du métal du récipient.	0,5
4.3	$f' = 100 \text{ f}$ $P = k (2\pi f)^2$; $P' = k (200 \pi f)^2 = 10^4 k (2\pi f)^2 = 10^4 P$	0,5

Exercice 3 (5 points) Durée de luminosité d'une lampe		
Partie	Réponse	Note
1.1	$R \frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i = 0 ; \quad \frac{di}{dt} = - \frac{E}{R} \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}}$ on remplace i et $\frac{di}{dt}$ dans l'équation différentielle $- R \frac{E}{R} \frac{1}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{C} \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = 0$ alors $-\frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{1}{C} \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} = 0 ; 0 = 0$ vérifiée	1
1.2	à $t_0 = 0 ; i_0 = \frac{E}{R}$	0,25
1.3	$1,2 \times 10^{-3} = \frac{12}{R}$ donc $R = 10\,000 \, \Omega = 10 \, \text{k}\Omega$	0,25
1.4	$E = u_R + u_C ; E = Ri + \frac{q}{C} ;$ $E = E e^{-\frac{t}{RC}} + \frac{q}{C} ; E - E e^{-\frac{t}{RC}} = \frac{q}{C} ;$ donc, $q = EC - EC e^{-\frac{t}{RC}}$	1
1.5	$Q = EC = 12 \times 10^{-4} \, \text{C}$ donc $C = 1 \times 10^{-4} \, \text{F} = 100 \, \mu\text{F}$.	0,25
1.6	$\tau = RC = 10\,000 \times 1 \times 10^{-4} = 1 \, \text{s}$	0,25
2.1	A $t = \tau'$ on a $u_C = 0,37 \times 12 = 4,44 \, \text{V}$ ce qui correspond à $\tau' = 1 \, \text{s}$	0,75
2.2	Puisque $\tau = RC$, et C et R sont les même, En plus, la lampe a une résistance négligeable, Donc, $\tau = \tau'$	0,5
2.3	$u_C = 1 \, \text{V}$, pour $t = 2,5 \, \text{s}$	0,25
2.4	Pour augmenter t, il faut augmenter C car quand C augmente, τ augmente, Le condensateur prend alors plus du temps avant d'atteindre la tension de 1 V	0,5

Exercice 4 (4,5 pts) Inductance d'une bobine

Partie	Réponses	Note										
1	$u_{AM} = u_{AB} + u_{BD} + u_{DM}$ $E = L \frac{di}{dt} + u_R$; $u_R = Ri$ et $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt}$; donc, $E = \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + u_R$	0,75										
2	$u_R = a + b e^{-t/\tau}$; $\frac{du_R}{dt} = -b/\tau e^{-t/\tau}$ On remplace dans l'équation différentielle : $E = \frac{-Lb}{R\tau} e^{-t/\tau} + a + b e^{-t/\tau}$; $b e^{-t/\tau} \left[\frac{-L}{R\tau} + 1 \right] + a = E$ par indentification : $a = E$ et $\tau = L/R$ À $t = 0$, $i = 0$ par suite $u_R = 0$ et $a = -b$ donc $b = -E$	1										
3.1	Méthode graphique pour déterminer la constante de temps τ . A $t = \tau$ on a $u_R = 0,63 \times 6 = 3,78 \cong 3,8$ V ; On trouve alors graphique pour chaque R la constante de temps correspondante <table border="1" style="margin-top: 10px;"> <thead> <tr> <th>R</th> <th>$R_1 = 50 \Omega$</th> <th>$R_2 = 100 \Omega$</th> <th>$R_3 = 150 \Omega$</th> <th>$R_4 = 200 \Omega$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>τ (s)</td> <td>$\tau_1 = 20 \times 10^{-4} = 0,002$ s</td> <td>$\tau_2 = 0,001$ s</td> <td>$\tau_3 = 0,0006$ s</td> <td>$\tau_4 = 0,0005$ s</td> </tr> </tbody> </table>	R	$R_1 = 50 \Omega$	$R_2 = 100 \Omega$	$R_3 = 150 \Omega$	$R_4 = 200 \Omega$	τ (s)	$\tau_1 = 20 \times 10^{-4} = 0,002$ s	$\tau_2 = 0,001$ s	$\tau_3 = 0,0006$ s	$\tau_4 = 0,0005$ s	0,5 1
R	$R_1 = 50 \Omega$	$R_2 = 100 \Omega$	$R_3 = 150 \Omega$	$R_4 = 200 \Omega$								
τ (s)	$\tau_1 = 20 \times 10^{-4} = 0,002$ s	$\tau_2 = 0,001$ s	$\tau_3 = 0,0006$ s	$\tau_4 = 0,0005$ s								
3.2	Puisque $R_1\tau_1 = 0,1$; $R_2\tau_2 = 0,1$; $R_3\tau_3 = 0,09 \cong 0,1$; et $R_4\tau_4 = 0,1$ (unité SI) D'où, $R_1\tau_1 = R_2\tau_2 = R_3\tau_3 = R_4\tau_4 \cong 0,1$ (S.I.)	0,5										
3.3	Puisque $\tau = L/R$ donc $R\tau = L$; par suite $L = 0,002 \times 50 = 0,1$ H	0,75										