

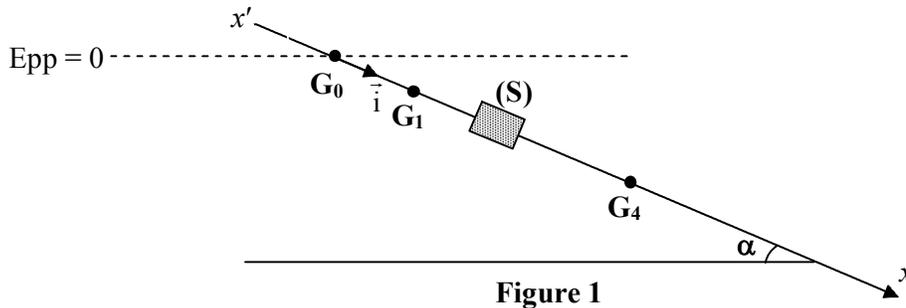
الاسم:
الرقم:مسابقة في مادة الفيزياء
المدّة: ساعتان

Cette épreuve, formée de trois exercices obligatoires, est constituée de quatre pages numérotées de 1 à 4.

Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Premier exercice : (6 ½ pts) Vérification de la deuxième loi de Newton

Un mobile (S), de masse $M = 100 \text{ g}$ et de centre d'inertie G , peut glisser sur un rail incliné d'un angle α sur l'horizontale tel que $\sin \alpha = 0,40$. G peut alors se déplacer sur un axe $x'x$ parallèle au rail (figure 1). On donne $g = 10 \text{ m/s}^2$.



On lâche (S) sans vitesse initiale à la date $t_0 = 0$ et on enregistre, à des intervalles de temps successifs et égaux à $\tau = 50 \text{ ms}$, quelques positions de $G : G_0, G_1, G_2, \dots, G_5$ aux dates respectives $t_0 = 0, t_1, t_2, \dots, t_5$.

Les valeurs des abscisses $x = G_0G$ de G sont inscrites dans le tableau suivant :

t	$t_0 = 0$	$t_1 = \tau$	$t_2 = 2\tau$	$t_3 = 3\tau$	$t_4 = 4\tau$	$t_5 = 5\tau$
x (cm)	0	$G_0G_1 = 0,50$	$G_0G_2 = 2,00$	$G_0G_3 = 4,50$	$G_0G_4 = 8,00$	$G_0G_5 = 12,50$

- Vérifier que les valeurs de la vitesse du mobile aux dates $t_2 = 2\tau$ et $t_4 = 4\tau$ sont respectivement $V_2 = 0,40 \text{ m/s}$ et $V_4 = 0,80 \text{ m/s}$.
- a) Calculer l'énergie mécanique du système (mobile- Terre) aux dates t_0, t_2 et t_4 , sachant que le niveau de référence de l'énergie potentielle de pesanteur est le plan horizontal passant par le point G_0 .
b) Pourquoi peut-on admettre que le mobile se déplace sans frottement sur le rail ?
- Déterminer la variation de la quantité de mouvement $\Delta \vec{P} = \vec{P}_4 - \vec{P}_2$ de (S) durant $\Delta t = t_4 - t_2$.
- a) Faire l'inventaire des forces s'exerçant sur (S).
b) Montrer que la somme $\Sigma \vec{F}$ de ces forces s'écrit $\Sigma \vec{F} = (Mg \sin \alpha) \vec{i}$.
- En admettant que Δt est suffisamment petit, on peut confondre $\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$ et $\frac{d\vec{P}}{dt}$. Montrer alors que la deuxième loi de Newton est vérifiée entre les dates t_2 et t_4 .

Deuxième exercice : (6 ½ pts) Mesure de la vitesse d'une balle

Pour mesurer la valeur de la vitesse d'une balle de fusil, on se sert d'un dispositif approprié. Le fonctionnement de ce dispositif est basé sur la charge d'un condensateur.

A- Étude de la charge d'un condensateur

On étudie la charge d'un condensateur à l'aide d'un circuit série comportant un générateur de f.é.m. E constante et de résistance interne négligeable, un condensateur de capacité C initialement neutre, un conducteur ohmique de résistance R , un interrupteur K et des fils de connexion (figure 1).

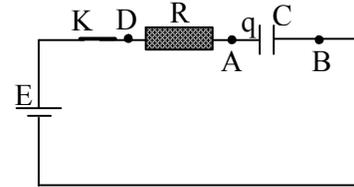


Figure 1

On ferme l'interrupteur K à la date $t_0 = 0$.

Le condensateur commence à se charger. À la date t , le circuit est parcouru par un courant d'intensité i et l'armature A porte la charge q .

- 1) En appliquant la loi d'additivité des tensions, déterminer l'équation différentielle traduisant les variations de la tension $u_C = u_{AB}$ en fonction du temps.
- 2) a) Vérifier que $u_C = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, où $\tau = RC$, est solution de l'équation différentielle.
b) Que représente la durée τ ?
- 3) Au bout de quel temps le régime permanent est-il pratiquement atteint ?

B - Mesure de la vitesse d'une balle de fusil

Le dispositif utilisé pour mesurer la valeur V de la vitesse \vec{V} d'une balle de fusil est schématisé à la figure 2.

AA' et BB' sont deux fils conducteurs très fins, tendus, parallèles, verticaux, distants de L et de résistance négligeable.

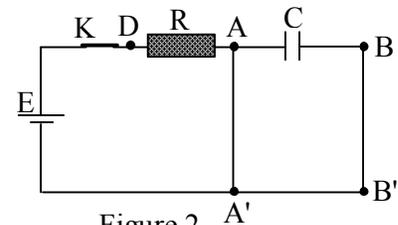


Figure 2

On donne : $E = 100 \text{ V}$; $R = 1000 \Omega$; $C = 4 \mu\text{F}$; $L = 1 \text{ m}$.

Le condensateur étant déchargé, on ferme l'interrupteur K .

- 1) a) La tension entre A et A' est nulle. Pourquoi ?
b) La charge du condensateur ne débute pas. Pourquoi ?
- 2) K étant fermé, on tire la balle normalement à AA' et BB' à la vitesse \vec{V} de valeur V (fig.3).

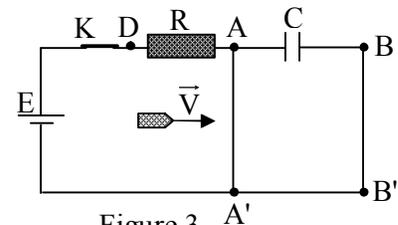


Figure 3

À la date $t_0 = 0$, la balle coupe le fil AA' et le condensateur commence à se charger (fig.4). La balle continue son mouvement supposé rectiligne à la même vitesse \vec{V} .

À la date t_1 , la balle coupe le fil BB' et le phénomène de charge du condensateur s'arrête. La tension aux bornes du condensateur se stabilise alors à la valeur $45,7 \text{ V}$.

- a) En se référant à la partie (A), déterminer la durée t_1 que prend la balle pour parcourir la distance L .
- b) Calculer V .

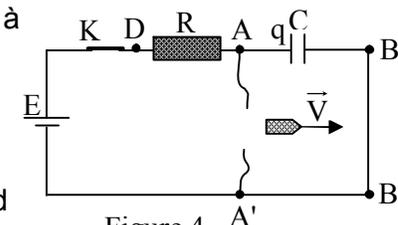


Figure 4

- 3) Pour une mesure précise de V , la distance L ne doit pas dépasser une valeur maximale L_{max} . Déterminer la valeur de L_{max} .

Troisième exercice : (7 pts) Mesure de l'âge de la Terre

Une des questions qui a préoccupé l'Homme depuis qu'il a commencé à explorer son Univers, c'est l'âge de la Terre. Dès 1905, Rutherford propose de mesurer l'âge des minéraux grâce à la radioactivité. En 1956, Clair Paterson utilise la méthode (uranium - plomb) pour mesurer l'âge d'une météorite en supposant qu'elle vient d'une planète formée, à peu près, en même temps que la Terre.

I – Famille radioactive de l'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$

L'uranium 238 de période radioactive $T = 4,5 \times 10^9$ a (ans) est à l'origine d'une famille radioactive conduisant à l'isotope stable ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ du plomb.

Chacune des désintégrations successives s'accompagne de l'émission d'une particule α ou d'une particule β^- .

Le diagramme (Z, N) donne tous les noyaux radioactifs issus de l'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$ aboutissant à l'isotope stable ${}^{206}_{82}\text{Pb}$ (page 4).

On indique, dans les tableaux, la période radioactive de chaque nucléide (page 4).

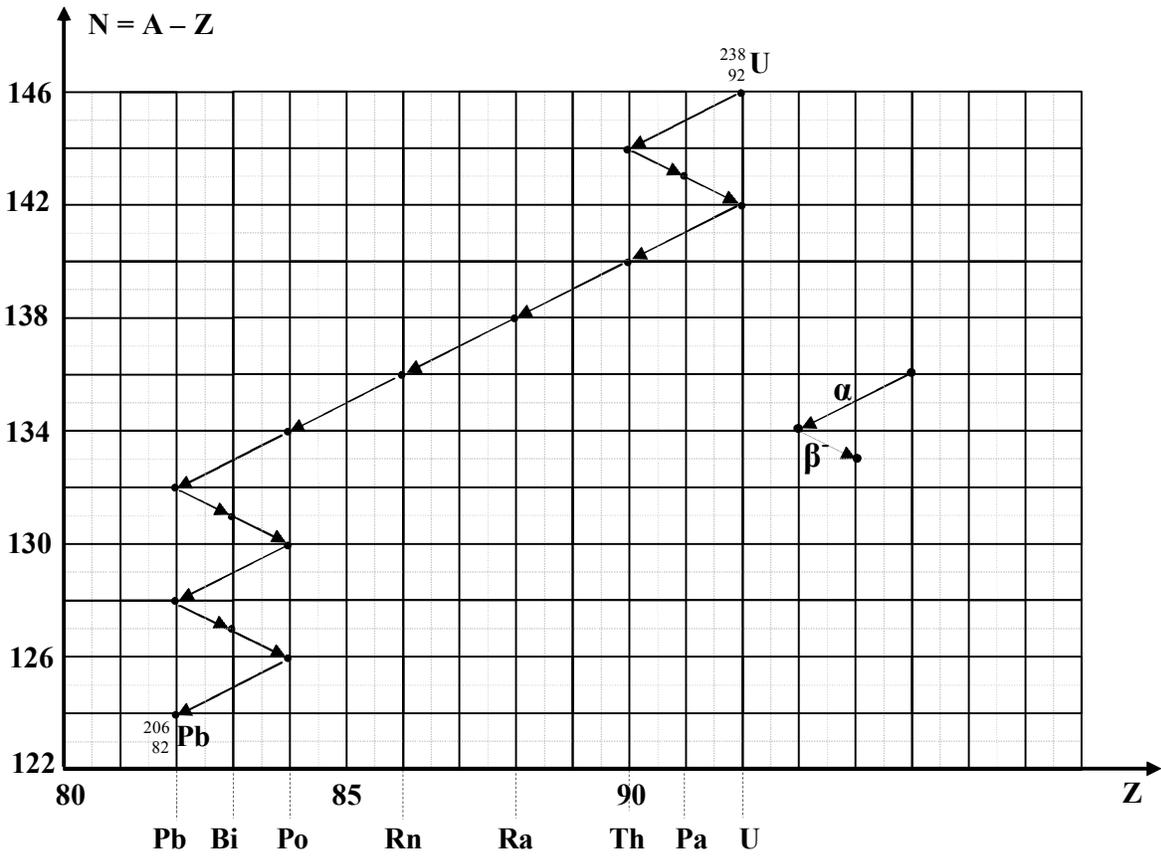
- 1) Dans la première désintégration, un noyau d'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$ donne un noyau de thorium ${}^{234}_{90}\text{Th}$ et une particule notée ${}^{A_1}_{Z_1}\text{X}$.
 - a) Écrire l'équation de cette désintégration et calculer A_1 et Z_1 .
 - b) Préciser le type de radioactivité correspondant à cette transformation.
- 2) Dans la deuxième désintégration, le noyau de thorium ${}^{234}_{90}\text{Th}$ subit une radioactivité β^- . Le noyau fils est le protactinium ${}^{A_2}_{Z_2}\text{Pa}$. Calculer A_2 et Z_2 .
- 3) a) En utilisant le diagramme, dire combien de particules α et combien de particules β^- sont émises lorsqu'un noyau d'uranium ${}^{238}_{92}\text{U}$ se transforme en un noyau de plomb ${}^{206}_{82}\text{Pb}$.
b) Écrire l'équation bilan de la désintégration de l'uranium 238 en plomb 206.
- 4) En se référant au diagramme (Z, N) et aux tableaux, dire pourquoi, on peut négliger la présence des noyaux intermédiaires dans les produits de la désintégration uranium – plomb au bout de quelques milliards d'années.

II- L'âge de la Terre

On a étudié un échantillon d'une météorite dont l'âge correspond à celui de la Terre. À la date t , l'échantillon étudié contient 1 g d'uranium 238 et 0,88 g de plomb 206. On considère qu'à la date de sa formation $t_0 = 0$, la météorite ne contient aucun atome de plomb.

Données numériques : masse molaire de l'uranium: 238 g/mol ;
masse molaire du plomb: 206 g/mol ;
nombre d'Avogadro: $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ /mol.

- 1) Calculer, à la date t :
 - a) le nombre des noyaux d'uranium 238 noté $N_U(t)$ présents dans l'échantillon.
 - b) le nombre des noyaux de plomb 206 noté $N_{Pb}(t)$ présents dans l'échantillon.
- 2) Déduire le nombre des noyaux d'uranium 238 noté $N_U(0)$, présents dans l'échantillon à la date $t_0 = 0$.
- 3) Donner l'expression de $N_U(t)$ en fonction de $N_U(0)$, t , et T .
- 4) Déduire l'âge de la Terre à la date t .



Noyau	$^{238}_{92}\text{U}$	$^{234}_{90}\text{Th}$	$^{234}_{91}\text{Pa}$	$^{234}_{92}\text{U}$	$^{230}_{90}\text{Th}$	$^{226}_{88}\text{Ra}$	$^{222}_{86}\text{Rn}$
Période radioactive	$4,5 \cdot 10^9$ a	24 j	6,7 h	$2,5 \cdot 10^5$ a	$7,5 \cdot 10^3$ a	$1,6 \cdot 10^3$ a	3,8 j

Noyau	$^{218}_{84}\text{Po}$	$^{214}_{82}\text{Pb}$	$^{214}_{83}\text{Bi}$	$^{214}_{84}\text{Po}$	$^{210}_{82}\text{Pb}$	$^{210}_{83}\text{Bi}$	$^{210}_{84}\text{Po}$
Période radioactive	3,1 min	27 min	20 min	$1,6 \cdot 10^{-4}$ s	22 a	5 j	138 j

Premier exercice : (6 ½ pts)

1) $V_2 = \frac{G_1 G_3}{2\tau} = \frac{G_0 G_3 - G_0 G_1}{2\tau} = \frac{(4,5 - 0,5) \times 10^{-2}}{0,1} = 0,4 \text{ m/s. } (\frac{1}{2} \text{ pt})$

$V_4 = \frac{G_3 G_5}{2\tau} = \frac{G_0 G_5 - G_0 G_3}{2\tau} = \frac{(12,5 - 4,5) \times 10^{-2}}{0,1} = 0,8 \text{ m/s. } (\frac{1}{2} \text{ pt})$

2) a) $E_m = E_C + E_{PP}$;

$E_{m0} = E_{C0} + E_{PP0} = 0 + 0 = 0$

$E_{m2} = E_{C2} + E_{PP2} = \frac{1}{2} M(V_2)^2 - Mgh_2$;

$h_2 = G_0 G_2 \times \sin\alpha = 2 \times 0,4 = 0,8 \text{ cm} = 0,008 \text{ m} \Rightarrow E_{m2} = 0 \text{ J.}$

$E_{m4} = E_{C4} + E_{PP4} = \frac{1}{2} M(V_4)^2 - Mgh_4$;

$h_4 = G_0 G_4 \times \sin\alpha = 8 \times 0,4 = 3,2 \text{ cm} = 0,032 \text{ m} \Rightarrow E_{m4} = 0 \text{ J. } (2 \text{ pts})$

b) $E_{m0} = E_{m2} = E_{m4} \Rightarrow$ l'énergie mécanique est conservée durant le mouvement
 \Rightarrow pas de frottement. $(\frac{1}{2} \text{ pt})$

3) $\Delta \vec{P} = \vec{P}_4 - \vec{P}_2 = M(V_4 \vec{i} - V_2 \vec{i}) = 0,04 \vec{i} \quad (\frac{3}{4} \text{ pt})$

4) a) Les forces qui s'exercent sur (S) sont :

Le poids \vec{P} de (S) et l réaction normale \vec{N} du rail. $(\frac{1}{4} \text{ pt})$

b) $\Sigma \vec{F} = \vec{P} + \vec{N} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{N}$

avec : $\vec{P}_1 = Mgsin\alpha \vec{i}$, $\vec{P}_2 = -Mgcos\alpha \vec{j}$,

$\vec{N} = N \vec{j}$; $\vec{P}_2 + \vec{N} = \vec{0}$ (pas de mouvement sur y'y)

$\Rightarrow \Sigma \vec{F} = \vec{P}_1 = mgsin\alpha \vec{i} \quad (1 \text{ pt})$

5) La deuxième loi de Newton s'écrit : $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}$.

On a : $\Sigma \vec{F} = mgsin\alpha \vec{i} = 0,4 \vec{i}$ et $\frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t} = \frac{0,04 \vec{i}}{0,1} = 0,4 \vec{i} \Rightarrow$ la deuxième loi de Newton est donc vérifiée.

(1pt)

Deuxième exercice (6 ½ pts)

A- 1) $E = u_R + u_C \Rightarrow E = Ri + u_C = R \frac{dq}{dt} + u_C = RC \frac{du_C}{dt} + u_C$ (1 pt)

2) a) $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow E = RC \Rightarrow \frac{E}{RC} e^{-\frac{t}{\tau}} + E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E$ (1 pt)

b) τ c'est le temps au bout duquel $u_C = 63\% E$. ($\frac{1}{2}$ pt)

3) le régime permanent est pratiquement atteint pour $t = 5RC$. ($\frac{1}{2}$ pt)

B - 1) a) Car AA' est un fil de connexion de résistance négligeable. ($\frac{1}{4}$ pt)

b) $u_C = u_{AA'} = 0$ ($\frac{1}{4}$ pt)

2) a) On a $u_C = E (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est la tension aux bornes du condensateur au cours de la charge. On peut écrire :

$$1 - e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{u_C}{E} \Rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 1 - \frac{u_C}{E} \Rightarrow -\frac{t_1}{RC} = \ln \left(1 - \frac{u_C}{E} \right)$$

$$\Rightarrow t_1 = -RC \times \ln \left(1 - \frac{u_C}{E} \right) = -0,004 \times \ln \left(1 - \frac{45,7}{100} \right) = 2,44 \text{ ms.}$$

t_1 est le temps de charge et par conséquent le temps de vol de la balle. ($1 \frac{1}{2}$ pt)

b) $V = \frac{L}{t_1} = \frac{1}{2,44 \times 10^{-3}} = 410 \text{ m/s.}$ ($\frac{1}{2}$ pt)

3) Car si la durée de la charge dépasse $5RC$, le régime permanent est atteint et u_C ne varie pratiquement plus.

Il faut donc que $t \leq 5RC \Rightarrow \frac{L}{V} \leq 5RC$

$\Rightarrow L \leq 5RCV \Rightarrow L \leq 8,02 \text{ m} \Rightarrow L_{\max} = 8,02 \text{ m.}$ (1 pt)

Troisième exercice : (7 pts)

I-1) a) ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{90}^{234}\text{Th} + {}_{Z_1}^{A_1}\text{X}$
 $238 = 234 + A_1 \Rightarrow A_1 = 4$
 $92 = 90 + Z_1 \Rightarrow Z_1 = 2$ (1pt)

b) Le noyau ${}_{Z_1}^{A_1}\text{X}$ est l'hélium \Rightarrow Le type de radioactivité est α . ($\frac{1}{2}$ pt)

2) ${}_{90}^{234}\text{Th} \rightarrow {}_{-1}^0e + {}_{Z_2}^{A_2}\text{Pa}$
 $234 = 0 + A_2 \Rightarrow A_2 = 234$
 $90 = -1 + Z_2 \Rightarrow Z_2 = 91$ (1pt)

3) a) Il y a **8** particules α et **6** particules β^- émises. ($\frac{3}{4}$ pt)

b) ${}_{92}^{238}\text{U} \rightarrow {}_{82}^{206}\text{Pb} + 8 {}_2^4\text{He} + 6 {}_{-1}^0e$ ($\frac{1}{2}$ pt)

4) La période radioactive de chaque noyau de la famille est très petite par rapport à celle de l'uranium ${}_{92}^{238}\text{U}$. ($\frac{1}{4}$ pt)

II - 1) a) $N_{\text{U}}(t) = \frac{N_A \times 1}{238} = 252941 \times 10^{16}$ noyaux ($\frac{1}{2}$ pt)

b) $N_{\text{Pb}}(t) = \frac{N_A \times 0,88}{206} = 257165 \times 10^{16}$ noyaux ($\frac{1}{2}$ pt)

2) $N_{\text{U}}(0) = N_{\text{U}}(t) + N_{\text{Pb}}(t) = 510106 \times 10^{16}$ noyaux ($\frac{3}{4}$ pt)

3) $N_{\text{U}}(t) = N_{\text{U}}(0) \times e^{\frac{-0,693t}{T}}$ ($\frac{1}{2}$ pt)

4) $t = \frac{T}{0,693} \times \ln \frac{N_{\text{U}}(0)}{N_{\text{U}}(t)} = 4,55 \times 10^9$ a.

L'âge de la Terre est 4,55 milliards d'années ($\frac{3}{4}$ pt)